

Компьютерное моделирование электрических полей в системах катодной защиты трубопроводов с поврежденной изоляцией

А. М. Болотнов^{1*}, Ф. З. Хисаметдинов²

¹ Башкирский государственный университет

Россия, Республика Башкортостан, г. Уфа, 450076, ул. Заки Валиди, 32.

² Башкирский государственный университет, Сибайский филиал

Россия, Республика Башкортостан, г. Сибай, 453838, ул. Ф. Белова, 21.

*Email: bolotnovam@mail.ru

На основе метода фиктивных источников предложен алгоритм решения краевой задачи для потенциала электрического поля катодной защиты подземного трубопровода с поврежденной изоляцией. Приведены примеры численных результатов, полученных на основе расчетов с реальными исходными данными. Анализ результатов подтверждает эффективность, устойчивость и универсальность разработанного алгоритма.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, электрическое поле, трубопровод, катодная защита, глубинный анод, поврежденная изоляция.

Введение. Электрохимическая катодная защита (КЗ) является важнейшим средством продления срока службы подземных трубопроводов. КЗ основана на смещении электрического потенциала защищаемого объекта в отрицательную область относительно потенциала грунта. Электрическое поле в системе "анод–грунт–трубопровод" создается катодной станцией с помощью анодных заземлителей, в качестве которых применяются протяженные аноды, длиной в десятки километров, глубинные аноды, соединенные из отдельных блоков в "гирлянду", опущенную в вертикальную скважину и др. Для обеспечения защиты необходимо, чтобы потенциал металла трубы находился в заданном диапазоне: при его сдвиге в положительную сторону эффективность КЗ снижается; при смещении в отрицательную сторону возникает "эффект перезащиты", что приводит к повышенному расходу электроэнергии, усиленному газообразованию, отслоению и износу изоляции трубопровода. Неоднородности (дефекты) в изоляции трубопровода возникают при механических повреждениях в ходе укладки трубы, а также при промерзании и оттаивании грунтов. В этих условиях для обеспечения эффективной защиты необходимо своевременное повышение напряжения катодной станции, и как следствие, – увеличение плотности тока, стекающего с анода в грунт. Опасность превышения предельной плотности тока заключается также в интенсивном растворении анодного материала, и сокращении срока службы анодов [1, 2]. Целью данной работы является реализация алгоритма для компьютерного моделирования и

исследования электрических полей в системах КЗ трубопроводов с поврежденной изоляцией.

Математическая модель электрического поля. Пусть участок длины $2L_t$ горизонтального трубопровода защищен вертикальным глубинным анодом длины L_a , расположенным на расстоянии L_{at} от средней точки ($x = 0$) защищаемого участка трубы. Тогда потенциал $u(p)$ постоянного электрического поля в области $\Omega = \{p \mid p = (x, y, z), x \in [0, L_t], y \in (-\infty, \infty), z \in [0, \infty)\}$, удовлетворяет уравнению эллиптического типа [3, 4]:

$$\operatorname{div}(\sigma(p) \operatorname{grad} u(p)) = 0; \quad p \in \Omega, \quad (1)$$

где $\sigma(p)$ – удельная электропроводность среды, См/м.

К границам-изоляторам (S_i) отнесем поверхность грунта ($z = 0$), вертикальные плоскости симметрии в грунте ($x = 0$ и $x = L_t$) и нижнюю границу "анод-грунт" ($z = L_a$), для которых потребуем выполнения краевых условий:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{S_i} = 0, \quad (2)$$

где n – вектор нормали к границе.

На границах "анод-грунт" (S_a) и "грунт-труба" (S_t) должны выполняться условия:

$$\left(u \pm c_e \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{S_e} = u_{em}, \quad e = a, t, \quad (3)$$

где u – потенциал в грунте, В; c_a, c_t – удельные сопротивления оболочки анода и изоляции трубы, Ом×м²; σ – электропроводность грунта, См/м; u_{am}, u_{tm} – потенциалы металлов анода и трубы, В; здесь и далее индекс "a" относится к аноду, "t" – к трубе; направление электрического тока принято положительным от анода в грунт, и от грунта к трубе.

Если зависимости плотности тока от разности потенциалов на границах S_a и S_t линейны, и параметры анода и трубопровода не зависят от продольной координаты, то c_a и c_t – константы. Параметр c_t зависит от координат точки трубы ($c_t = c_t(x)$) при наличии неоднородностей изоляции, что является необходимым условием в задаче моделирования КЗ трубопровода с дефектами в изоляции.

Учитывая, что длины анода и трубы на несколько порядков превышают их диаметры, потенциалы металлов будем полагать постоянными в сечениях, т.е. зависящими только от продольной координаты: $u_{am} = u_{am}(z)$, $u_{tm} = u_{tm}(x)$.

Так как точка подключения анода к катодной станции находится в сечении $z = 0$, а точка подключения трубы – в сечении $x = 0$, то в качестве краевых условий в указанных сечениях примем:

$$\left. \frac{du_{am}}{dz} \right|_{z=0} = \frac{I_0}{\sigma_a S_{am}} ; \quad \left. \frac{du_{tm}}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{I_0}{2\sigma_t S_{tm}} , \quad (4)$$

где σ_a, σ_t – удельные электропроводности металлов анода и трубы; S_{am}, S_{tm} – площади их "металлических" сечений; I_0 – ток катодной станции. В предположении, что участок трубы, защищаемый одним анодом, симметричен относительно плоскости YOZ, все расчеты проводятся для одной половины этого участка ($0 \leq x \leq Lt$).

Условием

$$(u - u_{tm}) \Big|_{x=L_t} = u_{protect} \quad (5)$$

обеспечивается необходимое значение защитного потенциала ($u_{protect}$) в точке трубопровода, наиболее удаленной от анода.

Алгоритм. Для решения задачи (1)–(5) использован метод фиктивных источников, который ранее применялся в расчетах электрических полей параллельных протяженных электродов без учета неоднородностей [5]. Для перехода от непрерывной модели к дискретной представим глубинный анод в виде N конечных объемных элементов (КОЭ) длины La/N , а защищаемый участок трубопровода условно разобьем на M элементов длины Lt/M . Далее для каждого КОЭ будем оперировать средними значениями неизвестных параметров [6, 7]:

U_{am}, U_{tm} – потенциал в металле КОЭ анода или трубы;

U_{ag}, U_{tg} – потенциал в грунте, граничащим с КОЭ;

I_{az}, I_{tx} – продольный ток в металле между соседними КОЭ;

I_{ag}, I_{tg} – ток, протекающий через боковую поверхность КОЭ.

Применяя 1-й закон Кирхгофа [8] к каждому КОЭ, с учетом (2), сформируем первый блок $N+M$ уравнений:

$$\begin{aligned} I_0 - I_{az,1} - I_{ag,1} = 0, \quad I_{az,i} - I_{az,i+1} - I_{ag,i+1} = 0, \quad i = 1, \dots, N-2, \quad I_{az,N-1} - I_{ag,N} = 0, \\ I_0/2 - I_{tx,1} - I_{tg,1} = 0, \quad I_{tx,j} - I_{tx,j+1} - I_{tg,j+1} = 0, \quad j = 1, \dots, M-2, \quad I_{tx,M-1} - I_{tg,M} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В соответствии с условиями (3) формируется второй блок $N+M$ уравнений:

$$U_{ag,i} + c_{a,i} \frac{I_{ag,i}}{S_{a,i}} = U_{am,i} ; \quad i = 1, \dots, N, \quad U_{tg,j} - c_{t,j} \frac{I_{tg,j}}{S_{t,j}} = U_{tm,j} ; \quad j = 1, \dots, M, \quad (7)$$

где $S_{a,i}$, $S_{t,j}$, и $s_{a,i}$, $s_{t,j}$ – соответственно площади и сопротивления боковых поверхностей КОЭ.

Третий блок $N+M-2$ уравнений формируется на основе закона Ома:

$$U_{am,i} - U_{am,i+1} = \rho_a I_{az,i}; \quad i = 1, \dots, N-1, \quad U_{tm,j+1} - U_{tm,j} = \rho_t I_{tx,j}; \quad j = 1, \dots, M-1, \quad (8)$$

где ρ_a , ρ_t – продольные сопротивления сердечника анода и металла трубы между соседними фиктивными источниками, Ом.

Следующий блок $N+M$ уравнений связывает потенциалы в грунте на границах КОЭ с интенсивностями точечных фиктивных источников (стоков):

$$4\pi\sigma U_{ag,i} = \sum_{k=1}^N \frac{I_{ag,k}}{R(p_i, p_k)} - \sum_{m=1}^M \frac{I_{tg,m}}{R(p_i, p_m)}; \quad i = 1, \dots, N,$$

$$4\pi\sigma U_{tg,j} = \sum_{k=1}^N \frac{I_{ag,k}}{R(p_j, p_k)} - \sum_{m=1}^M \frac{I_{tg,m}}{R(p_j, p_m)}; \quad j = 1, \dots, M, \quad (9)$$

где $R(p_i, p_k)$ – расстояние от точки p_i , в которой определяется потенциал, до точки p_k , в которой находится фиктивный источник (сток).

Применение формул (9) обосновано принципом электростатической аналогии [8] для пространственных задач стационарного электрического поля. Для корректного применения соотношений (9) в алгоритме дополнительно используется метод зеркальных отражений, позволяющий перевести задачу из полупространства в пространство: при вычислении (9) суммируются слагаемые не только от реальных анода и трубы, но и от их зеркально-симметричных отражений относительно поверхности земли. Отметим, что последнее дополнение не увеличивает размерности итоговой системы уравнений.

Из условия (5) имеем последнее уравнение:

$$U_{tg,M} - U_{tm,M} = u_{protect}. \quad (10)$$

Таким образом, сформирована система линейных алгебраических уравнений (6)–(10), в которой число уравнений и неизвестных равно $4 \times (N+M)$.

Моделирование дефектных участков изоляции трубы. Определим несплошность изоляции трубопровода на КОЭ (η_{iso}) и коэффициент остаточного сопротивления дефектов (K_{ost}):

$$\eta_{iso} = \frac{S_{def}}{S_{all}}; \quad K_{ost} = \frac{C_{def}}{C_{iso}}, \quad (11)$$

где S_{def} – суммарная площадь дефектов в изоляции КОЭ; $S_{all} = \pi \times dt \times Lt / M$ – площадь боковой поверхности КОЭ трубы; $S_{iso} = S_{all} - S_{def}$ – площадь изоляции КОЭ без дефек-

тов; C_{def} – среднее удельное сопротивление дефектов; C_{iso} – удельное сопротивление изоляции. Безразмерный коэффициент ($0 < Kost \leq 1$) при некоторых упрощающих предположениях можно трактовать как отношение средней толщины дефектной изоляции к толщине изоляции без дефектов.

Учитывая, что сопротивление изоляции без дефектов (R_{iso}) и суммарное сопротивление дефектов на КОЭ (R_{def}) определяются как

$$R_{iso} = \frac{C_{iso}}{S_{iso}}, \quad R_{def} = \frac{C_{def}}{S_{def}}, \quad (12)$$

и, воспользовавшись соотношением для сопротивлений параллельных проводников [8], получим полное сопротивление боковой поверхности КОЭ:

$$R_{all} = \frac{1}{1/R_{iso} + 1/R_{def}}. \quad (14)$$

Численные результаты. Приведем пример расчета электрического поля КЗ трубопровода с тремя дефектами в изоляции, расположенными на различных расстояниях от точки подключения катодной станции. На рис. 1 представлены функции распределения потенциала по границе "трубопровод-грунт" (а) и в верхнем слое грунта (б) параллельно оси трубы.

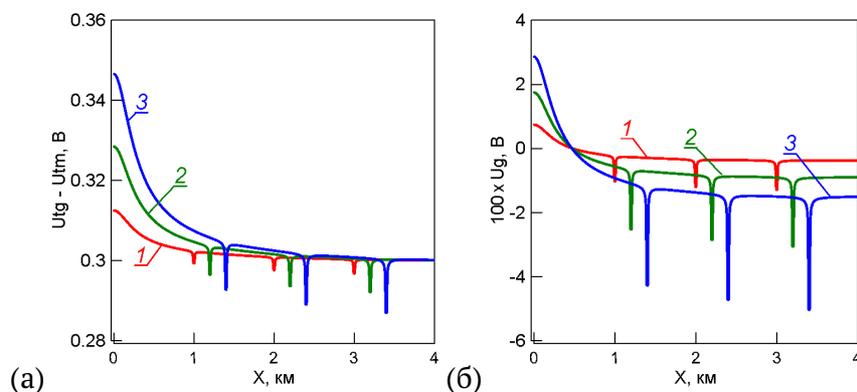


Рис. 1. Распределения потенциала при удельном сопротивлении грунта, равном, Ом×м: 1–50; 2–120; 3–200; и расстояниях от точки подключения до дефектов, равных, км: 1–1.0, 2.0, 3.0; 2–1.2, 2.2, 3.2; 3–1.4, 2.4, 3.4; (а) – на границе "грунт–труба", (б) – в верхнем слое грунта над трубой,

Из рисунков видно, что при минимальном защитном потенциале 0.3 В (значение потенциала в наиболее удаленной точке $x = 4$ км), на участках трубопровода с дефектной изоляцией значения защитного потенциала значительно ниже минимального, что является причиной усиленной коррозии.

Литература

1. Улиг Г. Г., Ревя Р. У. Коррозия и борьба с ней. Введение в коррозионную науку и технику. Л.: Химия, 1989. 445 с.
2. Глазов Н. П. Подземная коррозия трубопроводов, ее прогнозирование и диагностика. М.: Газпром, 1994. 92 с.
3. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. М.: Наука, 1985. 334 с.
4. Болотнов А. М., Иванов В. Т. Численное моделирование электрических полей анодной защиты некоторых электрохимических систем // Электрохимия. 1996. Т. 32. №6. С. 694–697.
5. Болотнов А. М., Глазов Н. П., Киселев В. Д., Хисаметдинов Ф. З. Математическое моделирование и численное исследование электрических полей в системах с протяженными электродами // Вестник Башкирского университета. 2006. Т. 11. №2. С. 17–21.
6. Болотнов А. М., Башаев М. А., Хисаметдинов Ф. З. Интервальные вычисления в алгоритмах расчета электрических полей катодной защиты магистральных трубопроводов // Системы управления и информационные технологии. 2015. Т. 62. №4. С. 71–74.
7. Болотнов А. М., Хисаметдинов Ф. З. Применение компьютерного моделирования для интерпретации данных контрольных измерений в системах катодной защиты трубопроводов // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20. №3. С. 786–789.
8. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 773 с.

Статья рекомендована к печати кафедрой информационных технологий и компьютерной математики БашГУ (докт. физ.-мат. наук, проф. Ф. Л. Лубышев)

Computer simulation of electric fields in the systems of cathodic protection of pipelines with damaged insulation

A. M. Bolotnov^{1*}, F. Z. Khisametdinov²

¹*Bashkir State University*

32 Zaki Validi st., 450074 Ufa,, Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.

²*Sibay Institute of Bashkir State University*

21 F. Belov st., 453838 Sibay, Republic of Bashkortostan, Russia.

**Email: bolotnovam@mail.ru*

Based on the method of fictitious sources an algorithm for solution of boundary-value problem for the capacity of the electric field of cathodic protection of underground pipeline with damaged insulation is proposed. Examples of numerical results obtained based on real data conditions are provided. Analysis of

the results confirms the effectiveness, stability and versatility of the developed algorithm.

Keywords: computer simulation, electric field, pipeline, cathodic protection, deep anode, damaged insulation.